Quantenfeldtheorie

A. Lenz **SS 2010**

C. Gross, S. Schacht **Blatt 11**

Aufgabe 18: *Elektroschwache Vakuumpolarisationen und Peskin–Takeuchi Parameter S, T, U*[1]

Vorbemerkungen und Notation Es ist naheliegend, radiative Korrekturen elektroschwacher Observablen auf eine Weise zu parametrisieren, die es vereinfacht, Beiträge neuer Physik jenseits des Standardmodells einzubauen und mit experimentellen Daten zu konfrontieren.

Die Parametrisierung nach Peskin und Takeuchi macht folgende Annahmen über die Physik jenseits des Standardmodells:

- Die elektroschwache Eichgruppe ist weiterhin $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y$, es existieren beispielsweise kein Z' bzw. W'.
- Die neue Physik koppelt nur schwach an die leichten Fermionen, sodass wir alle "direkten" Vertex und Box–Korrekturen vernachlässigen können und nur die γ-, Z- und W-Zweipunktfunktionen sowie die $Z\gamma$–Mischung (d.h. die Vakuumpolarisationen) Korrekturen erhalten.
- Die Energieskala der neuen Physik ist groß im Vergleich zur elektroschwachen Skala. Dies ermöglicht die Entwicklung der Vakuumpolarisationen in Q^2/M_{NP}^2.

Die Vakuumpolarisation mit Eichbosonen I und J ist gegeben durch die Tensorstruktur

$$\Pi_{IJ}^{\mu\nu}(q) = \Pi_{IJ}(q^2) g^{\mu\nu} - \Delta(q^2) q^\mu q^\nu \tag{1}$$

wobei I und J gegeben sein können durch γ, W und Z. Wir betrachten in dieser Aufgabe nur Prozesse mit externen leichten Leptonen, aufgrund dessen wir auf der Amplitude die Terme proportional zu $q^\mu q^\nu$ in Gleichung (1) vernachlässigen können. Der Einfachheit halber setzen wir von vornherein $\Delta(q^2) = 0$.

Wir können die Vakuumpolarisation dann schreiben als:

$$\Pi_{\gamma\gamma}(q^2) = q^2 \Pi'_{\gamma\gamma}(0) + \dots \tag{2}$$
$$\Pi_{Z\gamma}(q^2) = q^2 \Pi'_{Z\gamma}(0) + \dots \tag{3}$$
$$\Pi_{ZZ}(q^2) = \Pi_{ZZ}(0) + q^2 \Pi'_{ZZ}(0) + \dots \tag{4}$$
$$\Pi_{WW}(q^2) = \Pi_{WW}(0) + q^2 \Pi'_{WW}(0) + \dots \tag{5}$$

Wir brechen die Entwicklung bei dieser Ordnung ab und erhalten somit 6 Funktionen, die die Beiträge der neuen Physik zu elektroschwachen radiativen Korrekturen ausdrücken. Drei dieser Funktionen werden in der Renormierung von Inputparametern absorbiert. Es bleiben drei freie Variablen, die UV–finit gewählt und zu physikalischen Observablen in Relation gesetzt werden

[1] Estimation of oblique electroweak corrections. Michael Edward Peskin, Tatsu Takeuchi, (SLAC) . SLAC-PUB-5618, Nov 1991. 80pp. Published in Phys.Rev.D46:381-409,1992.

können. Eine beliebte Wahl sind die S,T, U Linearkombinationen der Selbstenergien, die durch Peskin und Takeuchi eingeführt wurden:

$$\alpha S = 4s^2c^2 \left(\Pi_{ZZ}(0) - \frac{c^2 - s^2}{sc} \Pi'_{Z\gamma}(0) - \Pi'_{\gamma\gamma}(0) \right) \tag{6}$$

$$\alpha T = \frac{\Pi_{WW}(0)}{M_W^2} - \frac{\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} \tag{7}$$

$$\alpha U = 4s^2 \left(\Pi'_{WW}(0) - c^2\Pi'_{ZZ}(0) - 2sc\Pi'_{Z\gamma}(0) - s^2\Pi'_{\gamma\gamma}(0) \right) \tag{8}$$

mit $s = \sin\theta_W$ und $c = \cos\theta_W$.

- S (S+U) beschreibt die Beiträge neuer Physik zu Prozessen mit neutralen (geladenen) Strömen an verschiedenen Energieskalen.
- T misst die Differenz zwischen den Beiträgen neuer Physik zu neutralen und geladenen Strömen bei niedrigen Energien.
- U hängt nur von der W–Boson Masse und ihrer Breite ab. Die Beiträge neuer Physik zu U sind im Allgemeinen klein.

Um die S, T und U Parameter zu erhalten, müssen die Vakuumpolarisationen berechnet werden.

Aufgabenstellung Berechnen Sie generische fermionische Vakuumpolarisationen eines Vektorstroms ohne Vernachlässigung der Fermionenmassen m_1 und m_2. Aus den sich ergebenden Ausdrücken können Sie auf einfache Weise Ausdrücke für die S, T und U Parameter konstruieren.

1. Berechnen Sie die Vakuumpolarisation mit zwei linkshändigen Strömen $\Pi^{\mu\nu}_{LL}(q^2)$.
2. Berechnen Sie die Vakuumpolarisation mit einem rechtshändigen und einem linkshändigen Strom $\Pi^{\mu\nu}_{LR}(q^2)$.
3. Wie erhalten Sie aus den obigen Ergebnissen $\Pi^{\mu\nu}_{RR}(q^2)$ und $\Pi^{\mu\nu}_{RL}(q^2)$ sowie die Vakuumpolarisation eines Vektorstroms $\Pi^{\mu\nu}_{VL}(q^2)$?
4. Berechnen Sie als Check Ihrer Ergebnisse die QED-Vakuumpolarisation des Vektorstroms. Bilden Sie dazu

$$\Pi^{\mu\nu}_{VV}(q^2) = e^2 \left(\Pi^{\mu\nu}_{LL} + \Pi^{\mu\nu}_{LR} + \Pi^{\mu\nu}_{RL} + \Pi^{\mu\nu}_{RR} \right) \tag{9}$$

und setzen Sie $m_1 = m_2$. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Ergebnis von Aufgabe 15 auf Blatt 9.

Zeichnen sie bei 1. und 2. zunächst die zugehörigen Diagramme. Vernachlässigen Sie *nicht* die Massen der Fermionen in der Schleife.

Hinweise Unter *generischen* Vakuumpolarisationen verstehen wir Ausdrücke, in denen noch nicht die Kopplung eines bestimmten Fermion-Vektorboson-Vertizes eingesetzt wurde, sondern lediglich die Händigkeit des Fermions durch entsprechende Projektoren der Dirac-Struktur eingeht. Verwenden Sie daher oben nicht die vollen Feynman-Regeln der elektroschwachen Theorie, sondern lediglich die Projektoren

$$P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}, \qquad P_R = \frac{1+\gamma_5}{2} \tag{10}$$

an den entsprechenden Vertizes. Aus den allgemeinen Ausdrücken können dann sofort die speziellen konstruiert werden, wie an $\Pi^{\mu\nu}_{VV}$ oben demonstriert wird.